



二次方程式の解の公式

名前

得点

/20

1. 以下の空欄に数や式を入れて、二次方程式の解の公式を導出しなさい。

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ を考える。

両辺を (1) 倍して $4a^2x^2 + 4abx + 4ac =$ (2)

これを变形すると $(2ax + b)^2 =$ (3)

平方根の考え方を利用すると $2ax + b =$ (4)

両辺に (5) を足して $2ax =$ (6)

両辺を (7) 倍して $x =$ (8)

2. 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 5x + 3 = 0$

(2) $x^2 + 7x + 9 = 0$

(3) $x^2 - 3x = 1$

(4) $x^2 + x = 3$

(5) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

(6) $3x^2 + 4x - 2 = 0$

(7) $2x^2 - 9x = -7$

(8) $4x^2 + 7x = 2$

(9) $(x + 1)^2 = 5x$

(10) $(x + 2)(x + 9) = x$

(11) $(2x - 3)^2 = 8x$

(12) $(3x - 2)^2 = 3x$

解答・解説

1. 解の公式の導出 ★導出のしかたはいくつかあり、この問題の導出はそのうちの1つである。

| | |
|---------------------------------|--|
| 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ を考える。 | |
| 両辺を $4a$ 倍して | $4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$ |
| これを变形すると | $(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$ |
| 平方根の考え方を利用すると | $2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$ |
| 両辺に $-b$ を足して | $2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$ |
| 両辺を $\frac{1}{2a}$ 倍して | $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ |

2. ★ $ax^2 + bx + c = 0$ の形に変形し、 a, b, c の値を二次方程式の解の公式に代入して解く。

- | | | |
|---|---|---|
| <p>(1) $(a, b, c) = (1, -5, 3)$</p> $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 12}}{2}$ $= \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$ | <p>(2) $(a, b, c) = (1, 7, 9)$</p> $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 36}}{2}$ $= \frac{-7 \pm \sqrt{13}}{2}$ $x = \frac{-7 \pm \sqrt{13}}{2}$ | <p>(3) $x^2 - 3x - 1 = 0$</p> <p>$(a, b, c) = (1, -3, -1)$</p> $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4}}{2}$ $= \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$ |
| <p>(4) $x^2 + x - 3 = 0$</p> <p>$(a, b, c) = (1, 1, -3)$</p> $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 12}}{2}$ $= \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ | <p>(5) $(a, b, c) = (2, -5, 2)$</p> $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4}$ $= \frac{5 \pm 3}{4}$ $x = 2, \frac{1}{2}$ | <p>(6) $(a, b, c) = (3, 4, -2)$</p> $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 24}}{6}$ $= \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{6}$ $x = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$ |
| <p>(7) $2x^2 - 9x + 7 = 0$</p> <p>$(a, b, c) = (2, -9, 7)$</p> $x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{4}$ $= \frac{9 \pm 5}{4}$ $x = \frac{7}{4}, 1$ | <p>(8) $4x^2 + 7x - 2 = 0$</p> <p>$(a, b, c) = (4, 7, -2)$</p> $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 32}}{8}$ $= \frac{-7 \pm 9}{8}$ $x = \frac{1}{4}, -2$ | <p>(9) $x^2 - 3x + 1 = 0$</p> <p>$(a, b, c) = (1, -3, 1)$</p> $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ |
| <p>(10) $x^2 + 10x + 18 = 0$</p> <p>$(a, b, c) = (1, 10, 18)$</p> $x = -5 \pm \sqrt{7}$ | <p>(11) $4x^2 - 20x + 9 = 0$</p> <p>$(a, b, c) = (4, -20, 9)$</p> $x = \frac{9}{2}, \frac{1}{2}$ | <p>(12) $9x^2 - 15x + 4 = 0$</p> <p>$(a, b, c) = (9, -15, 4)$</p> $x = \frac{4}{3}, \frac{1}{3}$ |